

АЛГЕБРА

7

ТЕТРАДЬ-ТРЕНАЖЁР

КЛАСС

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

π



$$\frac{1}{x^2 + 1} \geq 0$$

Д.А. Куделина, Е.А. Куделина

АЛГЕБРА

7 класс

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

ТЕТРАДЬ-ТРЕНАЖЁР

Электронное издание



Москва
Издательство «Интеллект-Центр»
2026

УДК 373.167.1:51+51(075.3)

ББК 22.1я721

К88

Рецензенты:

Е. В. Лукьянова – кандидат педагогических наук,
доцент кафедры математического анализа им. П.С. Новикова ИМИИ МПГУ,
учитель высшей категории;

Т. Н. Казарихина – кандидат педагогических наук, учитель математики
и информатики высшей квалификационной категории,
заместитель директора АНО СОШ «Димитриевская», доцент МПГУ

Куделина, Д. А.

К88 Алгебра. 7 класс. Углублённый уровень. Тетрадь-тренажёр : учебное пособие /
Д. А. Куделина, Е. А. Куделина. — Эл. изд. — 1 файл pdf : 75 с. — Москва : Изда-
тельство «Интеллект-Центр», 2026. — Систем. требования: Adobe Reader XI либо
Adobe Digital Editions 4.5 ; экран 10". — Текст : электронный.

ISBN 978-5-908080-20-0

Тетрадь-тренажёр — это уникальное пособие, способствующее систематическому углублению изучаемого материала и развитию навыков решения сложных задач, а также подготовке к вступительным экзаменам в 8 класс с углублённым изучением математики. Все задания удобно систематизированы в виде таблиц, а выполнять их решение можно непосредственно в тетради-тренажёре. Материалы ориентированы на учебник «Математика. Алгебра. 7 класс. Углублённый уровень» под редакцией С. А. Теляковского; также возможно их применение с другими учебниками по алгебре для 7-го класса.

Пособие адресовано учителям математики, репетиторам, учащимся и их родителям.

УДК 373.167.1:51+51(075.3)

ББК 22.1я721

Электронное издание на основе печатного издания: Алгебра. 7 класс. Углублённый уровень. Тетрадь-тренажёр : учебное пособие / Д. А. Куделина, Е. А. Куделина. — Москва : Издательство «Интеллект-Центр», 2026. — 72 с. — ISBN 978-5-907985-45-2. — Текст : непосредственный.

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации.

ISBN 978-5-908080-20-0

© ООО «Издательство «Интеллект-Центр», 2026

© Куделина Д. А., Куделина Е. А., 2025

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эта тетрадь-тренажёр входит в серию пособий, предназначенных помочь учащимся освоить школьную программу по алгебре на высоком уровне.

Изучение алгебры в 7–9 классах крайне важно: знания, полученные на уроках, являются инструментом для изучения других предметных областей, решение задач способствует развитию интеллекта, воспитывает в ребёнке точность, конкретность, последовательность, оперативность. Интерпретируя полученные результаты, он учится объективно оценивать ситуацию, анализировать варианты решения и выбирать из них рациональные.

Многолетняя практика работы в школе показывает, что большое количество учащихся, не обладающих выдающимися математическими способностями, считают алгебру трудным предметом, но учить её должен каждый, и потому очень важно, чтобы это обучение было максимально полезным и, по возможности, приятным.

А можно ли сделать процесс обучения математике эффективным? Могут ли родители помочь своему ребёнку, особенно если алгебра представляет для него определённые трудности? Работая много лет в общеобразовательных и профильных классах, опираясь на свой двадцатилетний опыт обучения детей с разными математическими способностями, решительно отвечаем «да»!

Содержание курса «Алгебра» (7–9 классы) не столько сложно, сколько специфично: все темы, изучаемые на протяжении обучения в школе, как ни в каком другом предмете очень плотно взаимосвязаны друг с другом, а это значит, что, в случае «потери» одной из них (пропустил урок, некачественно или несвоевременно выполнил домашнее задание и пр.), нарушаются многие логические связи, и возникают трудности для дальнейшего освоения, и, увы, учащемуся становится неинтересно.

Одна из основных целей предлагаемой вашему вниманию тетради-тренажёра – помочь учащимся средней школы освоить разделы программы по математике на более глубоком уровне. В тетради-тренажёре собраны задания из личной практики авторов, для выполнения которых требуется более высокая степень владения материалом, понимания и осмысленности действий, эти задания предполагают знакомство учащихся с методами и идеями, необходимыми для дальнейшего успешного углублённого изучения математики.

Собранные в тетради-тренажёре задания систематизированы в таблицы, перед каждой из которых сформулировано задание, которое предлагается выполнить учащемуся. Каждое из заданий пособия, на наш взгляд, целесообразно проработать отдельно, записывая пусть и не подробное решение в пособие. К заданиям приведены необходимые теоретические све-



дения, которые отмечены специальным знаком , и в конце пособия даны ответы.

Тетради-тренажёры помогут:

- ученикам получить прочные математические знания;
- родителями помочь своим детям стать успешными в данном предмете;
- учителям повысить свой методический уровень;
- репетиторам максимально эффективно устранить пробелы в знаниях учащихся.

ВЫРАЖЕНИЕ И МНОЖЕСТВО ЕГО ЗНАЧЕНИЙ

Важно знать:

- ✓ Числовое выражение – всякая запись, составленная из чисел и знаков арифметических действий.
- ✓ Буквенное выражение – всякая запись, составленная из букв, чисел и знаков арифметических действий.
- ✓ Числовое выражение не имеет смысла, если не все входящие в него действия выполнимы (например, делить на ноль нельзя).
- ✓ Если при подстановке конкретных значений переменных в буквенное выражение полученное числовое выражение имеет значение, то данные значения переменных называют допустимыми.
- ✓ Если при подстановке конкретных значений переменных в буквенное выражение полученное числовое выражение не имеет смысла, то данные значения переменных называют недопустимыми.

Задание 1

Найдите значение числового выражения.

1) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{2}{7} =$ Ответ: _____	2) $\frac{11}{12} - \frac{5}{8} + \frac{7}{16} =$ Ответ: _____
3) $3\frac{7}{8} + 2\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$ Ответ: _____	4) $2\frac{2}{5} - 1\frac{11}{15} + 3\frac{7}{9} =$ Ответ: _____
5) $\frac{5}{8} - 1\frac{1}{6} : 2\frac{4}{5} =$ Ответ: _____	6) $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{15} =$ Ответ: _____
7) $\left(2\frac{1}{3} - \frac{5}{6}\right) : 1\frac{1}{2} =$ Ответ: _____	8) $1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{5}{8} : 1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{3}{7} =$ Ответ: _____
9) $2,4 - 1\frac{2}{3} =$ Ответ: _____	10) $\left(\frac{2}{5} + 1,6\right) \cdot 2,7 =$ Ответ: _____
11) $\frac{1}{2} : 2,5 - 0,3 \cdot \frac{2}{3} =$ Ответ: _____	12) $\left(2\frac{1}{2} - 1,7\right) : \left(1,1 + \frac{1}{2}\right) =$ Ответ: _____
13) $-\frac{8}{9} + \left(-\frac{2}{15}\right) \cdot \frac{5}{6} =$ Ответ: _____	14) $\left(-\frac{8}{9} + \frac{2}{15}\right) \cdot \frac{5}{6} =$ Ответ: _____
15) $4,6 : (-2,3) - 2\frac{3}{7} =$ Ответ: _____	16) $\left(7,2 - 7\frac{1}{2}\right) : \left(5,3 - 5\frac{3}{7}\right) =$ Ответ: _____

Задание 2

Найдите значение числового выражения.

1) $\left(7\frac{2}{3}-\left(8,5-10\frac{11}{12}\cdot2\frac{3}{131}\right)\right):\left(3\frac{13}{18}-5\frac{61}{72}\right)=$	Ответ: _____
2) $(10,2-13,15):\left(5\frac{1}{24}-\frac{3}{11}\cdot11,6875-1\frac{1}{6}\right):5\frac{4}{11}=$	Ответ: _____
3) $\left(\left(\frac{2}{3,4}+\frac{5}{5,1}-2\frac{3}{34}\right)\cdot\left(103,2-103\frac{669}{795}\right)\right):\left(-2\frac{1}{6}+3,2:3,84\right)=$	Ответ: _____

Задание 3

Истинные утверждения пометьте знаком «+»; для остальных утверждений приведите опровергающие примеры.

1) Для любого числа a выполняется равенство $ a = a$.	
2) Для любого числа m справедливо равенство $ -m = m$.	
3) Существует такое число p , для которого $-p = p$.	
4) Не существует такого числа s , для которого бы выполнялось неравенство $-s > s$.	
5) Ни для какого числа t не может выполняться неравенство $t > t $.	

Задание 4

Упорядочите по возрастанию числа: $(-3)^5$; 3^5 ; $(-3)^6$; $(-3)^7$; 3^7 .

--

Задание 5
По чертежу найдите x .

1) $x =$ _____	2) $x =$ _____
3) $x =$ _____	4) $x =$ _____
5) $x =$ _____	6) $x =$ _____

Задание 6

По заданному выражению составьте задачу:

1) $a : b + c$;	2) $p : r \cdot t$;
3) $c : (a + 2)$;	4) $(u + 1)(u + p)$.

Задание 7

Запишите соответствующее числовое выражение и найдите его значение.

1) Сумма числа $-3,2$ и частного чисел $2,4$ и $1,6$.	
2) Частное суммы и разности чисел $2\frac{3}{4}$ и $1\frac{5}{6}$.	
3) Разность числа 7 и его квадрата.	
4) Результат деления произведения чисел $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{3}$ на их разность.	
5) Сумма числа $-3,872$ и его модуля.	

Задание 8

В записи $3 \dots 3 \dots 3 \dots 3$ вместо многоточий поставьте знаки арифметических действий так, чтобы значение получившегося выражения было равно:

1) 0;	2) 2;
3) 1;	4) 4.

Задание 9

В обеих частях равенства $1 - 2 \cdot 3 - 4 = -4 + 3 : 2 - 1$ расставьте скобки так, чтобы оно стало верным.

Задание 10

Найдите значение числового выражения, если это возможно.

1) $3,7 - 1,5 \cdot 2 =$ Ответ: _____	2) $\frac{2 \cdot 6 - 3 \cdot 4}{5^2 - 10} =$ Ответ: _____
3) $1 + \frac{2 \cdot (3 - 1,5 \cdot 2)}{12 \cdot 3 - 6^2} =$ Ответ: _____	4) $\frac{3,92 \cdot 12,57 - \frac{4}{10 \cdot 0,5 - 5}}{2^3 - 3^2} =$ Ответ: _____

Задание 11

Запишите в виде буквенного выражения.

1) Частное квадратов двух чисел.	
2) Сумма числа, его квадрата и куба.	
3) Сумма числа, его квадрата и куба другого числа.	
4) Из некоторого числа вычесть число, обратное другому числу.	
5) Разность некоторого числа и числа, обратного ему.	
6) Сложить модули трех чисел.	
7) Модуль суммы трех чисел.	
8) Число, противоположное модулю некоторого числа.	
9) Произведение разности двух чисел на сумму их квадратов.	

Задание 12

Даны выражения $A(m) = m^3 - 3m^2$, $S(a; b; c) = (a - b)^2 + 2c^2$; $T(x; y) = x^2 - xy + y^2$. Найдите:

1) $A(-2)$;	2) $S(1; 2; 3)$;	3) $T(-1; 2)$;
4) $A(0)$;	5) $S(3; 2; 1)$;	6) $T(3; 10)$;
7) $A(10)$;	8) $S(-5; -5; -5)$;	9) $T(10; 3)$.

Задание 13

1) Пусть $P(a; b) = a^2 + b - 3$. Запишите выражение $P(b; a)$.
2) Пусть $S(a; b; c) = (a - b)^2 + 2c^2$. Запишите выражения $S(p; r; q)$, $S(b; c; a)$, $S(c; a; b)$.
3) Пусть $T(x; y) = x^2 - xy + y^2$. Верно ли, что при любых значениях переменных x и y $T(y; x) = T(x; y)$?
4) Придумайте пример выражения $D(k; m; n)$ такого, что при любых значениях переменных $D(k; m; n) = D(n; m; k)$.

Задание 14

1) При некоторых значениях переменных значение выражения $a - b$ оказалось равным 3,987. Каким будет значение выражения, если те же значения переменных поменять местами?
2) При некоторых значениях переменных значение выражения $(s + r) \cdot (h + d)$ оказалось равным 7142. Каким будет значение этого выражения, если те же значения переменных подставить в него в обратном порядке?
3) При некоторых значениях переменных значение выражения $(s + r) : (h + d)$ оказалось равным $2\frac{3}{7}$. Каким будет значение этого выражения, если те же значения переменных подставить в него в обратном порядке?

Задание 15

При некоторых значениях переменных значение выражения $a : b \cdot c : d$ оказалось равным 10. Каким будет значение этого выражения, если:

1) значение любой одной переменной заменить на противоположное?	
2) значения любых двух переменных заменить на противоположные?	
3) значения любых трёх переменных заменить на противоположные?	
4) значения всех переменных заменить на противоположные?	
5) значения всех переменных заменить на обратные?	

Задание 16

1) Известно, что $C(x; y) = x + y^3 - 1$. Найдите значение переменной x , при котором $C(x; 2) = 14$.
2) Выражение $128 : (a + 7)$ при некотором значении переменной оказалось равным 32. Каким будет значение выражения $ 2a + 1 $ при том же значении переменной?

Задание 17

Найдите, если это возможно, значение выражения $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$, если:

1) $x = 0$;	2) $x = -0,5$;
3) $x = 1$;	4) $x = -1$.

Есть ли ещё какие-либо недопустимые значения переменной x , кроме $x = 1$ и $x = -1$, для выражения?

Задание 18

Найдите, если это возможно, значение выражения $\frac{12}{2a+b}$ при:

1) $a = 1, b = 0;$	2) $a = 1, b = 1;$
3) $a = -3, b = 2;$	4) $a = 13,5, b = -5;$
5) $a = 0, b = 0;$	6) $a = -1, b = 2.$

Укажите ещё несколько пар значений переменных (a, b) , являющихся недопустимыми для выражения. Как вы думаете, сколько всего таких пар?

Задание 19

Какие значения переменной x являются недопустимыми для выражения:

1) $\frac{3x-2}{x+1};$	2) $25x - \frac{1}{x^2-4};$
3) $\frac{x + \frac{1}{x}}{8};$	4) $25x - \frac{1}{x^2+4};$
5) $\frac{3}{x(x-1)(x+5)};$	6) $\frac{x^2+5x-12}{x^2(x^2+1)(x-2)}.$

Задание 20

Найдите значение числового выражения:

1) $3,27 \cdot 11,4$;	2) $9,112 + 37,278$;	3) $139,17 : 46,39$.
Ответ: _____	Ответ: _____	Ответ: _____

Составьте выражение с числами 3,27; 11,4; 9,112 и 139,17, значением которого будет число 3. Использовать другие числа запрещается.

Задание 21

Запишите на математическом языке.

1) Сумма чисел 5 и 17 – положительное число.	
2) Сумма двух чисел – положительное число.	
3) Квадрат числа 0,5 больше этого числа.	
4) Квадрат некоторого числа больше этого числа.	
5) Если к числу –3 прибавить его квадрат, получится меньшее число.	
6) Если к числу прибавить его квадрат, получится меньшее число.	
7) Сумма чисел –3 и 3 равна 0.	
8) Сумма двух противоположных чисел равна 0.	

Задание 22

Выберите верные утверждения, которые верны при любых значениях переменных:

1) $ab = ba$;	2) $ab = 2ba$;	3) $ x + y = x + y $;
4) $a + (b + c) = (a + b) + c$	5) $m^2 < 0$;	6) $-(x - 5y)^2 < 1$;
7) $t + 1 = t - 2$;	8) $m^2 > 0$;	9) $y = y$;
10) $ab = ba$;	11) $m^2 > -0,01$;	12) $p < -p$.

СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ И ЕЁ СВОЙСТВА

Важно знать:

- ✓ Степенью числа a с натуральным показателем n , большим 1, называется выражение a^n , равное произведению n множителей, каждый из которых равен a .

$$a^n = \underbrace{a a \dots a}_{n \text{ раз}}, \text{ где } n - \text{натуральное число.}$$

- ✓ В выражении a^n число a называется основанием степени, а число n – показателем степени.

- ✓ Степенью числа a с показателем 1 называется выражение a^1 , равное a .

$$a^1 = a.$$

- ✓ Нулевая степень числа a , не равного нулю, равна единице. Выражение 0^0 не имеет смысла.

$$a^0 = 1, \text{ где } a \neq 0.$$

- ✓ Степень положительного числа с любым показателем – положительное число.

- ✓ Степень отрицательного числа с чётным показателем – положительное число.

- ✓ Чтобы умножить степени с одинаковыми основаниями, надо основание оставить тем же, а показатели степеней сложить. Для любого числа a и произвольных натуральных чисел m и n

$$a^m a^n = a^{m+n}.$$

- ✓ Чтобы разделить степени с одинаковыми основаниями, надо основание оставить тем же, а из показателя делимого вычесть показатель делителя. Для любого числа $a \neq 0$ и произвольных натуральных чисел m и n , таких, что $m \geq n$,

$$a^m : a^n = a^{m-n}.$$

- ✓ Чтобы возвести в степень произведение, надо возвести в эту степень каждый множитель и результаты перемножить. Для любых чисел a и b и произвольного натурального числа n

$$(ab)^n = a^n b^n.$$

- ✓ Чтобы возвести в степень частное, надо возвести в эту степень делимое и делитель и результаты разделить. Для любых чисел a и $b \neq 0$ и произвольного натурального числа n

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

- ✓ Чтобы возвести степень в степень, надо основание оставить тем же, а показатели степеней перемножить. Для любого числа a и произвольных натуральных чисел m и n

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

Задание 23

Найдите значение числового выражения:

1) $\frac{2^5}{3^4}$; Ответ: _____	2) $\left(\frac{5}{6}\right)^3 - \frac{5^3}{6^3}$; Ответ: _____
3) $1^1 + 2^2 + 3^3$; Ответ: _____	4) $(1^{57} + 9^1)^5$. Ответ: _____

Задание 24

Сравните значения числовых выражений:

1) $15^6 + 20^8$ и $(-15)^6 + (-20)^8$;	2) $8^{12} + 7^9$ и $(-8)^{12} + (-7)^9$;
3) $15^6 - 20^8$ и $(-15)^6 - (-20)^8$;	4) $8^{12} - 7^9$ и $(-8)^{12} - (-7)^9$.

Задание 25

Расположите в порядке убывания:

1) $3^2, 3^7, 3^4, 3^3$;	2) $(-3)^2, (-3)^7, (-3)^4, (-3)^3$;
3) $0,3^2; 0,3^7; 0,3^4; 0,3^3$;	4) $(-0,3)^2, (-0,3)^7, (-0,3)^4, (-0,3)^3$.

Задание 26

Определите, для каких натуральных чисел n будет верным неравенство:

1) $0,7^n > 0,8^n$;	2) $7^n < 8^n$;	3) $7^n < (-8)^n$;
4) $(-0,7)^n > (-0,8)^n$;	5) $(-7)^n < (-8)^n$;	6) $7^n > (-8)^n$.

Задание 27

Вычислите:

1) $3^6 \cdot 3^2 : 3^5 : 3^3$;	2) $3^6 \cdot 3^2 : (3^5 : 3^3)$;
Ответ: _____	Ответ: _____
3) $3^6 \cdot 3^2 : 3^5 \cdot 3^3$;	4) $3^6 \cdot 3^2 : (3^5 \cdot 3^3)$.
Ответ: _____	Ответ: _____

Задание 28Какими могут быть натуральные числа k и m (запишите соответствующее равенство), если:

1) $a^k \cdot a^m = a^5$;	2) $a^k : a^m = a^3$;	3) $(a^k)^m = a^{18}$?
----------------------------	------------------------	-------------------------

Задание 29

Представьте выражение в виде степени:

1) $k^{15} \cdot k^4$;	2) $(a^m)^2$;
3) $x^5 \cdot x^3 \cdot x^4 \cdot x$;	4) $(a^m)^m$;
5) $r^{m+7} : r^m$;	6) $(x^k)^p \cdot (y^k)^p$;
7) $r^{m+7} : r^7$;	8) $(x^k)^p : (y^p)^k$;
9) $r^{m+7} : r^{m-2}$;	10) $100c^n g^k \cdot 0,01c^k g^n$.

Задание 30

Представьте выражение в виде степени:

1) $3^5 \cdot 9$;	2) $4^6 \cdot 8^5 : 16^8$;
3) $8 \cdot 32 \cdot 64$;	4) $(2^8)^3 \cdot (3^{12})^2$;
5) $10000 : 100 \cdot 1000$;	6) $(156^4)^3 : (312^2)^6$.

Задание 31

Найдите значение числового выражения:

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^7 \cdot 3^7$; Ответ: _____	2) $\left(\frac{4}{9}\right)^5 \cdot 2,25^5$; Ответ: _____
3) $\left(\frac{176}{275}\right)^2 \cdot \left(\frac{275}{88}\right)^2$; Ответ: _____	4) $\frac{125^8}{25^{11}}$; Ответ: _____
5) $\left(\frac{2}{5}\right)^{14} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^{14} \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^{14} \cdot \left(3\frac{1}{2}\right)^{14}$; Ответ: _____	6) $\frac{9^6}{25^9} \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^{19}$; Ответ: _____

Задание 32Пусть $B(x) = 2x^2 - x + 5$. Запишите и упростите выражение:

1) $B(-a)$;
2) $B(3n^2)$;
3) $B(-2m^3)$.

Задание 33

Вычислите значение выражения:

1) $a^{10} \cdot a^7 : a^{14}$ при $a = -\frac{1}{2}$; Ответ: _____	2) $\left(\frac{x}{y}\right)^{18} \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^{17}$ при $x = 6, y = 27$; Ответ: _____
3) $(m^3)^4 + (m^9)^2$ при $m^6 = 2$; Ответ: _____	4) $(a^n)^m \cdot (b^m)^n$ при $ab = 1$. Ответ: _____

Задание 34

Упростите выражение:

1) $(-2,4) \cdot (-0,5x^2) \cdot (-4xy^3);$	2) $(7x) \cdot (3x^2) \cdot (2x^3);$
3) $(-6pqr) \cdot \left(\frac{1}{2}p^2q^2\right) \cdot (-p^3r^3);$	4) $(3x^2y^3)^4 \cdot \left(-\frac{1}{3}x^3y\right)^3;$
5) $\frac{\frac{1}{2}a^7b^7}{\frac{1}{4}a^5b^9};$	6) $\frac{5c^6d^8h^4}{c^3d^6h} - \frac{c^{11}d^2h^5}{c^8h^2}.$

Задание 35

Докажите, что значение выражения:

1) $(79^{10} + 79^9 \cdot 11)$ кратно 30;
2) $(8^7 - 2^{18})$ кратно 7;
3) $17^8 + 19$ кратно 10;
4) $64^{64} - 1$ кратно 5.

Задание 36

Упростите выражение:

1) $(243^3)^5 : (81^2)^4 \cdot 27^8 : (9^3)^2$;	2) $(16^4)^5 : 256^4 \cdot (62^2)^4 : 128^6$;
3) $64^{3n+3} : 32^{n+7} \cdot 16^{2n-9}$;	4) $9^{5n+3} \cdot 27^{3n+1} : 81^{2n-5}$.

Задание 37

Какой цифрой оканчивается значение выражения (n – натуральное число):

1) 4^{100} ; Ответ: _____	2) 3^{4n} ; Ответ: _____
3) 7^{4n} ; Ответ: _____	4) $3^{n+2} \cdot 7^n$. Ответ: _____

Задание 38

Найдите значение числового выражения:

1) $\frac{(-5^4)^3 \cdot (5^2)^6}{((-5)^5)^5}$; Ответ: _____
2) $\frac{(2^4)^6 \cdot (-2)^{12}}{-(2^4)^{10}}$; Ответ: _____
3) $\frac{(6^3)^8 \cdot ((-6)^4)^3}{(6^{11})^3}$; Ответ: _____
4) $\frac{(36^2)^3 \cdot (4^6)^4 \cdot (27^3)^2}{(12^3)^{10} \cdot 64}$. Ответ: _____

ОДНОЧЛЕНЫ И МНОГОЧЛЕНЫ. РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ

Важно знать:

- ✓ *Одночлен – выражение, представляющее собой произведение чисел, переменных и их степеней.*
- ✓ *Степень одночлена – сумма показателей степеней переменных, входящих в данный одночлен.*
- ✓ *Подобные одночлены – одночлены, состоящие из одних и тех же переменных, каждая из которых входит в оба одночлена в одинаковых степенях.*
- ✓ *Многочлен – сумма одночленов.*
- ✓ *Степень многочлена – наибольшая из степеней одночленов, входящих в многочлен, записанный в стандартном виде.*
- ✓ *Способы разложения многочлена на множители:*
 - ✧ *вынесение общего множителя за скобки;*
 - ✧ *группировка;*
 - ✧ *применение формул сокращённого умножения.*
- ✓ *Формулы сокращённого умножения:*

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^3 + b^3 = (a + b) \left(\underbrace{a^2 - ab + b^2}_{\text{неполный квадрат разности}} \right)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b) \left(\underbrace{a^2 + ab + b^2}_{\text{неполный квадрат суммы}} \right)$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$$

Задание 39

Упростите выражение:

1) $(-2, 4) \cdot (-0, 5x^2) \cdot (-4xy^3);$	2) $(7x) \cdot (3x^2) \cdot (2x^3);$
3) $(-6pqr) \cdot \left(\frac{1}{2}p^2q^2\right) \cdot (-p^3r^3);$	4) $(3x^2y^3)^4 \cdot \left(-\frac{1}{3}x^3y\right)^3;$
5) $\frac{\frac{1}{2}a^7b^7}{\frac{1}{4}a^5b^9};$	6) $\frac{5c^6d^8h^4}{c^3d^6h} - \frac{c^{11}d^2h^5}{c^8h^2}.$

Задание 40

Приведите подобные слагаемые в выражении:

1) $3,2a + 8,4a - 0,7a + 1,4b$;	2) $3x - 12x^2 - 5x + 4x^2 - 2x$;
3) $2\frac{3}{4}xy + \frac{5}{7}yz - 0,37xz - xyz$;	4) $2c + d + 3c^2 - cd + 5d - 11c^2 - c - 6d$.

Задание 41

Раскройте скобки:

1) $-(-(5m + 3mn - 6n))$;	2) $(2p - 6r + 4) \cdot 3$;
3) $-a \cdot (5a + 7b - 8c - 6)$;	4) $0c \cdot (-2,3d - 0,7h + 4,1g)$;
5) $-(4a + 5b - 3) \cdot ab$;	6) $3a + 6b - 8c - (7b - 5a + 4c)$;
7) $5(n - 2k) - 3(3n + 4) - 8(k - n)$;	8) $x(x + y - 1) - y(2x + 3y) + xy(x - y + 1)$.

Задание 42

Расставьте скобки так, чтобы получилось тождество:

1) $x^3 - 5y + z - x^3 - 5y - z = 2z$;	2) $x^3 - 5y + z - x^3 - 5y - z = -2z$;
3) $x^3 - 5y + z - x^3 - 5y - z = 0$;	4) $x^3 - 5y + z - x^3 - 5y - z = 2x^3$;
5) $x^3 - 5y + z - x^3 - 5y - z = -10y$;	6) $x^3 - 5y + z - x^3 - 5y - z = 2(x^3 - 5y - z)$.

Задание 43

Представьте выражение в виде суммы. Если возможно, приведите подобные слагаемые:

1) $(x + 5)(y - 4);$	2) $5(a + b)(b + c);$
3) $(z - 3)(z - 1);$	4) $-(a + b)(a - 3b);$
5) $(m + 2n - 3)(4n - 3m);$	6) $(a + 1)(b - 1)(1 - c).$

Задание 44

Упростите выражения $A + B$, $A - B$, $B - A$, если:

1) $A(x; y) = 3(2x + y), B(x; y) = 2(3x + y);$
2) $A(c; d) = c(5c + 8d), B(c; d) = d(8c - d);$
3) $A(a; b; c) = 3ab^2 + \frac{5}{c + 1}, B(a; b; c) = \frac{7}{c + 1} - ab^2.$

Задание 45

Пусть $A(x; y) = x^2 + xy + y^2$. Запишите и упростите выражения:

1) $-A(x; y);$	2) $A(-x; y);$	3) $A(-x; -y);$
4) $A(x ; y);$	5) $A(x; y);$	6) $A(x ; y).$

Задание 46

Разложите выражение на множители:

1) $abcd + abc - ab;$	2) $x(a + b) + y(a + b);$
3) $ax + bx + ay + by;$	4) $5(x - 1) - x(1 - x);$
5) $a(a - b) + b(b - a);$	6) $5ab + (a + 6)b;$
7) $7xy(z + 1) - (5xy - 2)(z + 1);$	8) $(6m + n)(m + n) + (3m + n)(m + n) - (4m - 3n)(m + n).$

Задание 47

Представьте в виде степени:

1) $x(x + y)^n + y(x + y)^n;$	2) $x(x - y)^n - y(x - y)^n.$
-------------------------------	-------------------------------

Задание 48

Представьте в виде суммы:

1) $(2a + 3b)^2;$	2) $\left(\frac{1}{3}p - 3k\right)^2;$
3) $(-t - s)(t + s);$	4) $(g^3 + 2h)(2h - g^3);$
5) $(x^7 - y^5)^2;$	6) $(ax^3 + b^2y)^2.$

Задание 49

Представьте в виде суммы:

1) $(a + b + c)^2$;
2) $(a + b + c + d)^2$.

Задание 50

Раскройте скобки:

1) $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$;
2) $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8)$;
3) $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8) \dots (a^{1024} + b^{1024})$.

Задание 51Найдите значение выражения $x^2 + \frac{1}{x^2}$, если:

1) $x + \frac{1}{x} = 2,5$;	2) $x - \frac{1}{x} = 2$.
------------------------------	----------------------------

Задание 52

Разложите на множители:

1) $ax^2 - ay^2$;	2) $km^2 + 2kmn + kn^2$;
3) $pq^3 - p$;	4) $x^3 - 2x^2 + x$;
5) $18x^2 + 12x + 2$;	6) $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$;
7) $u^2 + 2uv + v^2 - x^2 + 2xy - y^2$;	8) $x^2 - y^2 + ax + ay$;
9) $a^8 - b^8$;	10) $a^2 - b^2 - (a + b)^2$.

Задание 53Докажите, что при любых натуральных m, n значение выражения:

1) $(5m - 3)^2 + 1$ кратно 5;	2) $(5m - 4)^2 - (3m)^2$ делится на 8;
3) $2^n + 2^{n+1}$ делится на 6;	4) $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ делится на 7.
5) $7^{n+2} - 3^{n+2} + 7^n - 3^n$ делится на 10;	6) $(n^2 + 3n + 1)^2 - 1$ делится на 24.

Задание 54

Вычислите значение выражения:

1) $87^2 - 174 \cdot 67 + 67^2$;

2) $202^2 - 54^2 + 256 \cdot 352$;

3) $\frac{106^2 - 121}{122^2 - 64}$;

4) $680^3 - 680^2 - 680 \cdot 679 - 679^2 - 679^3$;

5) $5792^2 - 5791 \cdot 5793$;

6) $|534 \cdot 532 - 535 \cdot 533| + |534 \cdot 536 - 535 \cdot 533|$.

Задание 55

Найдите значение выражения:

1) $25a^2 - 4ab + 16b^2 + 5a - 4b$, если $a = 0,2(4b - 1)$;

2) $9a^2 + 12ab + 4b^2 + 9a + 6b$, если $b = -0,5(3a + 3)$.

Задание 56

Разложите на множители трёхчлен, представив предварительно один из его членов в виде суммы подобных слагаемых:

1) $y^2 - 8y + 12;$	2) $y^2 + 7y + 6;$	3) $y^2 + 5y + 4;$
4) $y^2 + 4y - 5;$	5) $3y^2 - 5y + 2;$	6) $y^2 + 4y - 32;$
7) $5y^2 - 8y + 3;$	8) $6y^2 - 5y + 1;$	9) $5y^2 - 6y + 1.$

Задание 57

Разложите на множители:

1) $b^3(a-2) + 4a(2-a) + 3a - 6;$	2) $4x^2y - 4xy^2 - y + x;$
3) $x^3 + x^2z - 2xz^2 - 2z^3;$	4) $2ac + 6bc - 4ad - 12bd;$
5) $-6xy + 9y^2 + 8x^4 - 12x^3y;$	6) $-12a^2p + 15p^3 + 8a^4 - 10a^2p^2.$

Задание 58

Разложите на множители:

1) $3x^6 - 192;$	2) $2x^5 - 16x^2;$
3) $a^4 - b^2 + 4b - 4;$	4) $2x^4 - x^3 - 2y^2 + xy;$
5) $12x^5 - 12x^3 + 3x;$	6) $x^{17} - 16xy^8;$
7) $4x^2 - 2xy^3 + 3y^4 - 9y^2;$	8) $a^2 - x^4 + 4ax + 4x^2;$
9) $y^4 + y^2 - 2;$	10) $3a^2 + ab - 4b^2;$
11) $y^{10} - 8y;$	12) $y^4 - 4a^2y^2 + 3a^4;$
13) $y^4 + y^2 + 1;$	14) $a^4 + 4;$
15) $y^8 + y^7 + 1;$	16) $x^3 + x^2 + 18.$

УРАВНЕНИЯ

Важно знать:

- ✓ Уравнением с одной переменной (или уравнением с одним неизвестным) называется равенство, содержащее одну переменную.
- ✓ Корнем уравнения называется значение переменной, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство.
- ✓ Решить уравнение – значит найти все его корни или доказать, что корней нет.
- ✓ Равносильными называются уравнения, множества корней которых совпадают.
- ✓ Область допустимых значений переменной в уравнении – множество значений переменной, при которых обе части уравнения имеют смысл.
- ✓ Равносильные преобразования:
 - ✧ перенос слагаемого из одной части уравнения в другую, с изменением его знака на противоположный;
 - ✧ умножение или деление обеих частей уравнения на одно и то же отличное от нуля число;
 - ✧ выполнение тождественных преобразований, не меняющих области допустимых значений.

Задание 59

Определите, какие из уравнений являются линейными, и решите их:

1) $(2x + 3)^2 + 5x(x - 1) = (4 - 3x)^2$;	2) $(x + 1)(2x - 1) = (5 - 2x)x$;
3) $3x(x - 2) + 2(1 + x) = (x - 2)^2 + 2x^2$;	4) $x(x^2 + 3x + 1) - 8x^2 = x^2(x - 5) + 2x - 17$;
5) $(2x - 1)(2x + 1) = (2x^2 + 1)^2 - 2(2x^4 + 1)$;	6) $(x^2 + 1)^2 = x^2(x + 1)$.

Задание 60

Решите уравнение:

1) $\frac{x}{2} + \frac{3}{4} = \frac{7}{8} - \frac{x}{4};$	2) $\frac{x-2}{6} = \frac{3-4x}{4};$	3) $\frac{2x^2+3}{2} + x = \frac{5x^2-x}{5}.$
Ответ: _____	Ответ: _____	Ответ: _____

Задание 61

Решите уравнение:

1) $(x-2)\left(x+\frac{3}{7}\right)(5x-8)=0;$	2) $x^2-6x+9=0;$
Ответ: _____	Ответ: _____
3) $x^2+10x=-25;$	4) $(x+1)(x-2)(x-3)=10;$
Ответ: _____	Ответ: _____
5) $ x =2;$	6) $ 3-x =7.$
Ответ: _____	Ответ: _____

Задание 62

Решите уравнение:

1) $\frac{3}{x} + 7 = 0;$	2) $5\left(\frac{1}{x} - 7\right) = \frac{3}{x} + 11;$
Ответ: _____	Ответ: _____

3) $\frac{2}{x-1} + 7 = 4 - \frac{5}{x-1};$	4) $9\left(\frac{2}{x-2} - 1\right) = \frac{2}{2-x};$
Ответ: _____	Ответ: _____
5) $\frac{3}{2x+1} - 10 = 2\left(5 - \frac{1}{2x+1}\right);$	6) $3\left(\frac{1}{4-5x} - 2\right) = \frac{2}{4-5x} - 6.$
Ответ: _____	Ответ: _____

Задание 63

Решите уравнение:

1) $5(4,5x - 1) = 5,7 - 0,5(x - 20);$	2) $3(1,9x + 2,4) = 5(0,42x - 0,96);$
Ответ: _____	Ответ: _____
3) $(0,4x - 2) - \left(1\frac{1}{2}x + 1\right) = 2,8 - 4x;$	4) $1,2 - 4x - 3(2x + 0,7) = -2,4;$
Ответ: _____	Ответ: _____
5) $\frac{x+1}{4} - 2x = \frac{5-3x}{2} - \left(x + \frac{x-3}{8}\right);$	6) $2x - 1 - \frac{3x-4}{2} = \frac{x+1}{3} - \left(1 - \frac{x+2}{2}\right);$
Ответ: _____	Ответ: _____
7) $49x - ((5x - 6) - (11 - 8x)) = 32;$	8) $39x - ((6x - 5) - (12 - 7x)) = 42;$
Ответ: _____	Ответ: _____

9) $\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 5) - \frac{1}{4}(x^2 - x + 3) = \frac{1}{12}(x^2 + 4x - 15);$ Ответ: _____	10) $\frac{1}{4}(x^2 + 2x - 7) - \frac{1}{3}(x^2 + x - 2) = \frac{1}{12}(2x - 7 - x^2);$ Ответ: _____
11) $\frac{8x-5}{3} - \frac{4x+3}{4} + \frac{2-9x}{2} = -3;$ Ответ: _____	12) $\frac{2x+3}{3} - \frac{5x+13}{6} + \frac{5-2x}{2} = 6;$ Ответ: _____
13) $\frac{4x^2+5x}{14} + \frac{10-2x^2}{7} = 5;$ Ответ: _____	14) $\frac{8x^2-3x}{16} - \frac{6x^2+1}{12} = -1;$ Ответ: _____
15) $ x-1 + x-2 = 1;$ Ответ: _____	16) $ x+5 - x-2 = 7;$ Ответ: _____
17) $ 3x-2 = x+1 ;$ Ответ: _____	18) $ 5x-4 = x-8 ;$ Ответ: _____
19) $ x -2 = 2;$ Ответ: _____	20) $ x -3 = 5;$ Ответ: _____
21) $ x -9 = x+9 ;$ Ответ: _____	22) $ x +8 = x-8 .$ Ответ: _____

Задание 64

При каком значении y :

1) значение выражения $1 - 2y$ в три раза больше удвоенного значения выражения $2y + 4$?

2) значение выражения $4 + 3y$ в два раза меньше утроенного значения выражения $y - 3$?

Задание 65

Решите задачу.

1) Масса состава пассажирского поезда, состоящего из локомотива и 16 одинаковых вагонов, равна 396 тонн. Найдите массу вагона, если масса локомотива меньше массы 6 вагонов на 55 тонн.

Ответ: _____

2) Бригада рабочих должна была выполнить заказ за 5 дней. Ежедневно перевыполняя норму на 12 деталей, она за 3,5 дня работы не только выполнила задание, но и изготовила 18 деталей сверх плана. Сколько деталей изготовила бригада?

Ответ: _____

3) Скорость течения реки составляет 5% от собственной скорости моторной лодки. Двигаясь против течения, лодка за 3 часа проходит на 26 км меньше, чем за 3 часа 20 минут движения по течению. Найдите скорость движения лодки против течения.

Ответ: _____

4) По течению реки катер прошёл за 5 часов столько же километров, сколько он проходит за 6 часов против течения. Собственная скорость катера 33 км/ч. Найдите скорость движения катера по течению.

Ответ: _____

Задание 66

При каком значении параметра a уравнение:

1) $3ax = 12 - x$ имеет корень, равный числу -9 ;

Ответ: _____

2) $(a - 4)x = -5a + 4x - 7$ имеет корень, равный числу -6 ;

Ответ: _____

3) $(a - 3)x = a + 3$ не имеет корней;

Ответ: _____

4) $(a - 7)x = 7 - a$ любое число является корнем уравнения;

Ответ: _____

5) $a(a + 6)x = a + 6$ имеет единственный корень?

Ответ: _____

Задание 67

Найдите все целые значения m , при которых корень уравнения является натуральным числом:

1) $(m + 4)x = -49$;

2) $(x - 6)m = 25$.

Задание 68

Решите уравнение относительно переменной x при всех значениях параметра a :

1) $(a - 1)(a + 2)x = a^2 + 5a + 6$;

Ответ: _____

2) $(a^2 - 3a + 2)x = a - 2$;

Ответ: _____

3) $\frac{x - a}{a + 1} = a - 1$;

Ответ: _____

4) $\frac{(x-a)(x-2)}{a+2} = \frac{(x-2)(a-1)}{a+1};$

Ответ: _____

5) $\frac{a^2 - a - 6}{x - a} = \frac{a^2 + 3a + 2}{x - 2}.$

Ответ: _____

ФУНКЦИИ

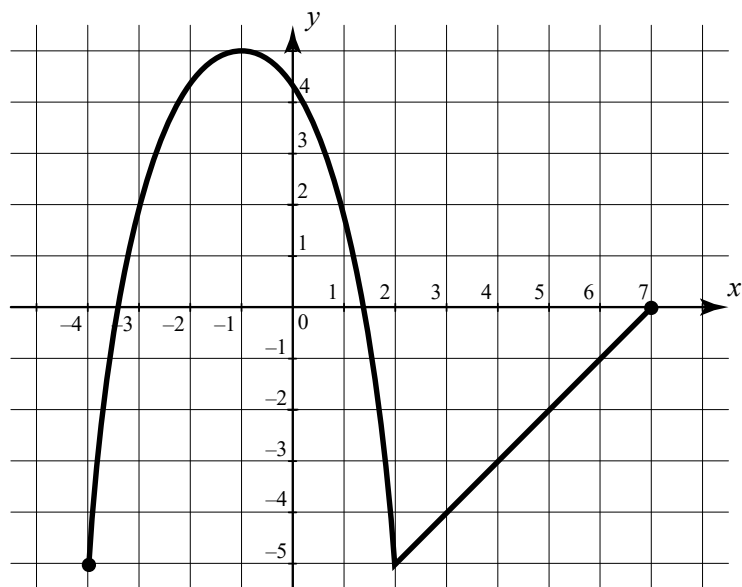
Важно знать:

- ✓ Функция – это зависимость переменной y от переменной x , при которой каждому значению x из некоторого множества соответствует единственное значение y .
- ✓ $y = f(x)$ – функция, x – независимая переменная (аргумент), y – зависимая переменная (значение функции).
- ✓ Областью определения функций $y = f(x)$ называется множество всех значений, которые может принимать аргумент x . Область определения функции $f(x)$ обозначается $D(f)$.
- ✓ Областью значений функции $y = f(x)$ называется множество тех значений, которые может принимать y , если x принадлежит области определения. Область значений функции $f(x)$ обозначается $E(f)$.
- ✓ Графиком функции называется множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значению аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции.
- ✓ Способы задания функций:
 - ✧ аналитический (функция задаётся формулой);
 - ✧ табличный (функция задаётся таблицей значений);
 - ✧ описательный (функция задаётся словесным описанием);
 - ✧ графический (функция задаётся графиком).
- ✓ Линейной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида $y = kx + b$, где x – независимая переменная, k и b – некоторые числа.
- ✓ Графиком линейной функции является прямая, поэтому для построения графика достаточно найти координаты двух точек, принадлежащих прямой.
- ✓ Расположение прямой $y = kx + b$ относительно системы координат зависит от значений k и b следующим образом:

$k \neq 0, b \neq 0.$	$y = kx + b$	Прямая пересекает оси координат в двух точках $(0; b)$ и $(-\frac{b}{k}; 0)$.
$k \neq 0, b = 0.$	$y = kx$ (прямая пропорциональность)	Прямая проходит через начало координат $(0; 0)$.
$k = 0.$	$y = b$ (постоянная функция или константа)	Прямая проходит через точку $(0; b)$ на оси y и параллельна оси x или совпадает с ней.

- ✓ Взаимное расположение графиков двух функций, заданных формулами $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$, зависит от значений k и b следующим образом:
 - ✧ если $k_1 = k_2, b_1 = b_2$, то графики функций – совпадающие прямые;
 - ✧ если $k_1 = k_2, b_1 \neq b_2$, то графики функций – параллельные прямые;
 - ✧ если $k_1 \neq k_2$, то графики функций – пересекающиеся прямые.

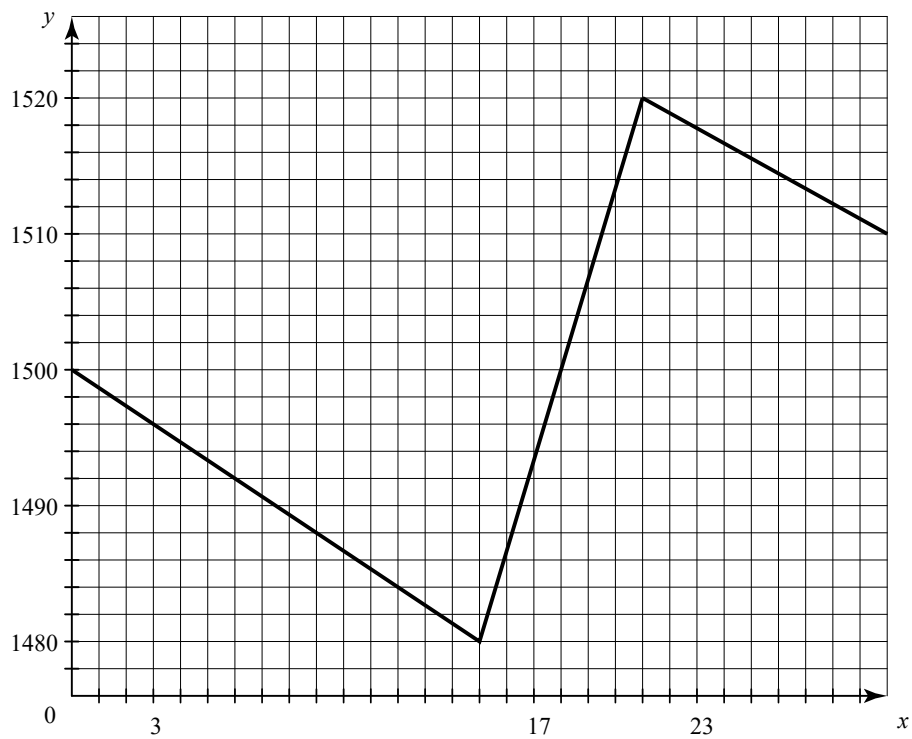
Задание 69



По графику функции $y = f(x)$, изображённому на рисунке, найдите:

1) наименьшее значение $f(x)$;	
2) значения x , при которых значение $y = 3$;	
3) наибольшее значение $f(x)$;	
4) значения y , при $x = -1$;	
5) наибольшее значение y ;	
6) область определения функции;	
7) множество значений функции;	
8) все значения x , при которых значение функции больше или равно 3, но меньше либо равно 4;	
9) значения y , при x меньше либо равно -3 ;	
10) значения y , при $x = 0$;	
11) значения x , при которых $y = 0$;	
12) значения x , при которых y положителен;	
13) значения x , при которых y неотрицателен;	
14) корни уравнения $f(x) = 5$.	

Задание 70

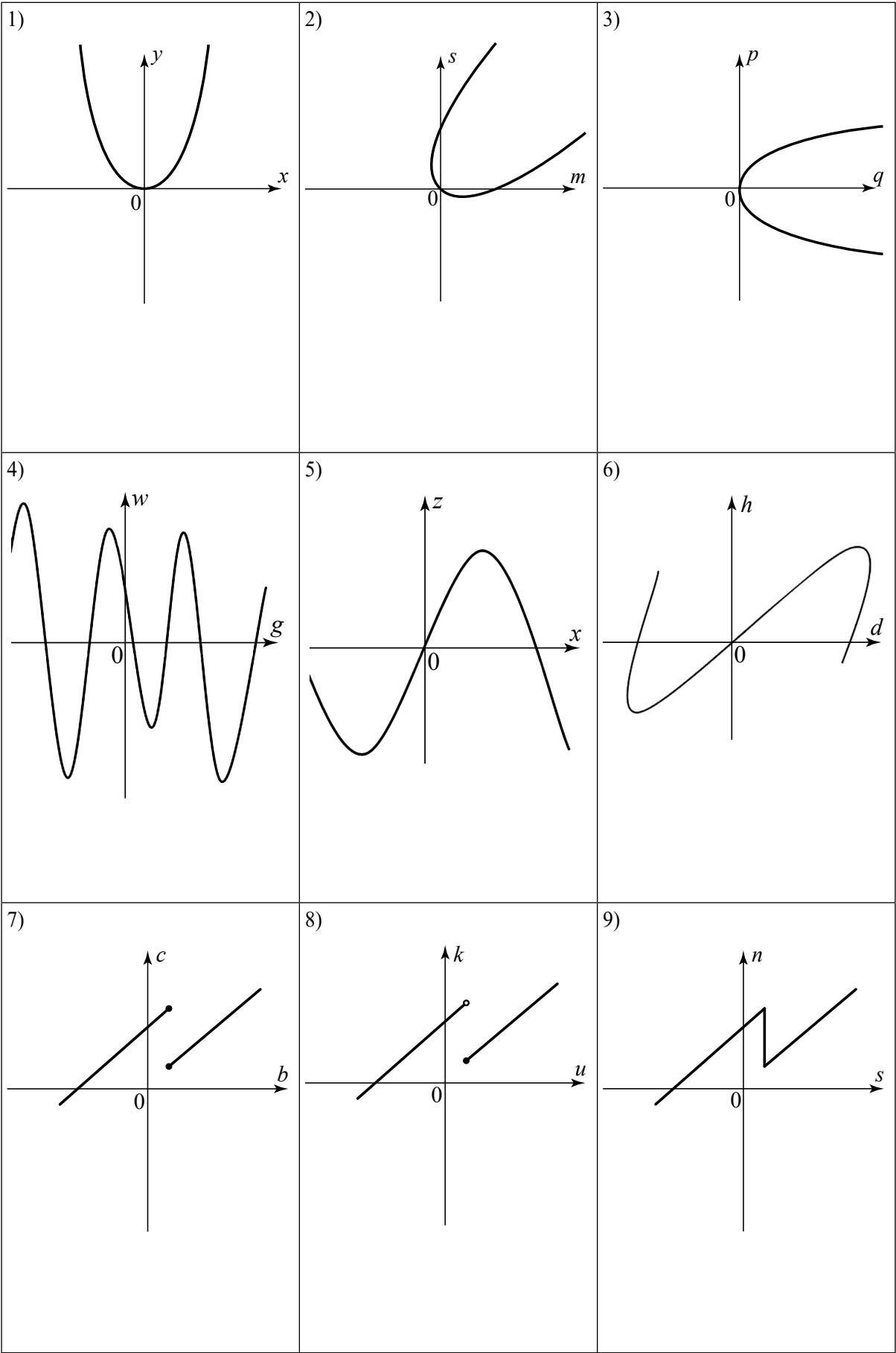


На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение курса акций компании сотовой связи (по оси абсцисс откладываются числа августа, а по оси ординат – стоимость одной акции в рублях).

1) По графику определите, в какие дни августа курс акций компании сотовой связи рос?	
2) По графику определите, в какие дни августа курс акций компании сотовой связи понижался?	
3) Определите, когда курс акций достиг максимального значения?	
4) Какой курс акций был наименьшим и в какой день?	

Задание 71

Какие из приведённых графиков являются графиками функций?



Задание 72

Если график является графиком функции, то найдите область определения этой функции.

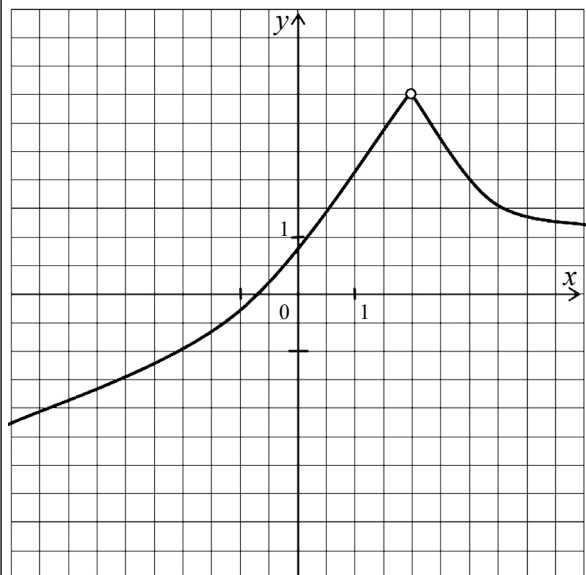
1)

2)

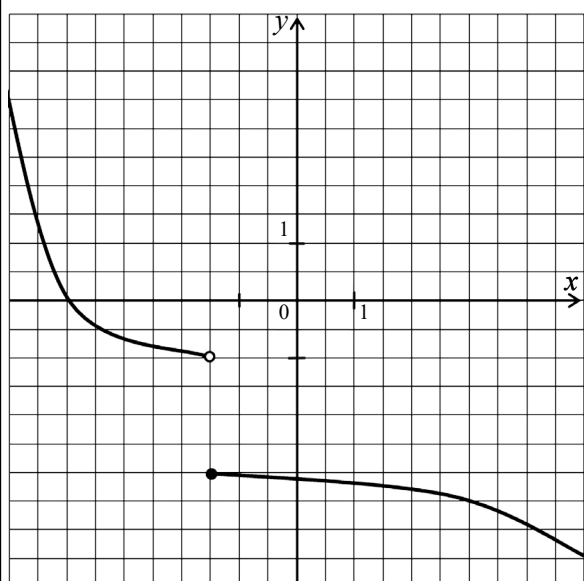
3)

4)

5)



6)

**Задание 73**

Является ли зависимость линейной функцией? Если да, то найдите угловой коэффициент:

1) $y = x - \frac{1}{3};$

2) $y = (x + 2)^2 - (x - 1)^2;$

3) $y = -2x + \frac{1}{x};$

4) $y = (x + 2)^2 + (x - 1)^2;$

5) $y = -\frac{x}{5} - 1;$

6) $y = (2x - 1)^2 - 4x^2 + 4x - 1;$

7) $y = 3x^2 + 2;$

8) $y = 6x(2x^2 + x + 1) - 3x^2(4x + 2).$

Задание 74

1) График функции $y = kx + 3$ проходит через точку $(7; 31)$. Найдите k .

2) График функции $y = -2x + b$ проходит через точку $(-11; -32)$. Найдите b .

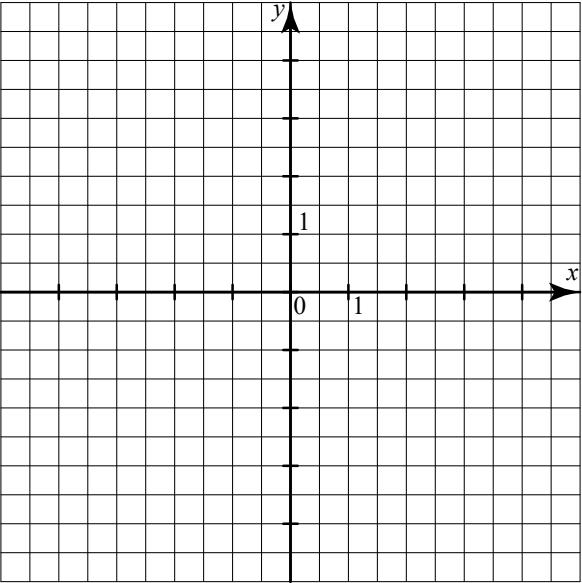
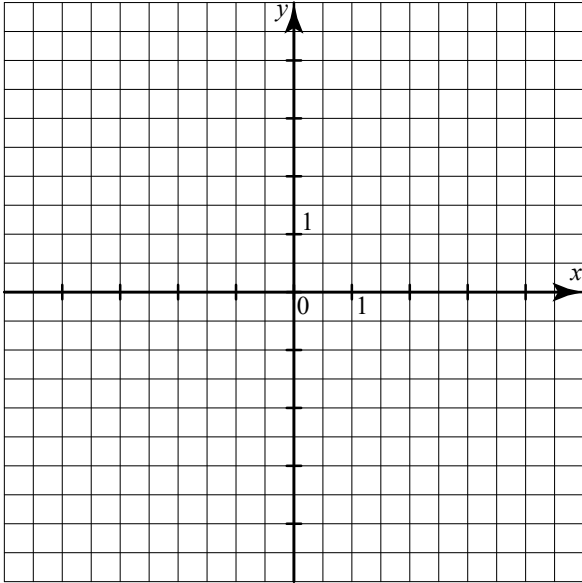
Задание 75

Запишите уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку M .

1) $y =$ _____	2) $y =$ _____
3) $y =$ _____	4) $y =$ _____

Задание 76

Постройте прямую, проходящую через начало координат и точку P .

1) $P(17; 68)$ 	2) $P(0,02; -0,03)$ 
---	--

Задание 77

Какие из точек $A(-36; 12)$, $B(-18; 3)$, $C(0,9; -0,15)$ принадлежат одной и той же прямой, проходящей через начало координат?

Задание 78

Одна из параллельных прямых описывается уравнением $y = kx$. Запишите уравнение второй прямой.

1)

2)

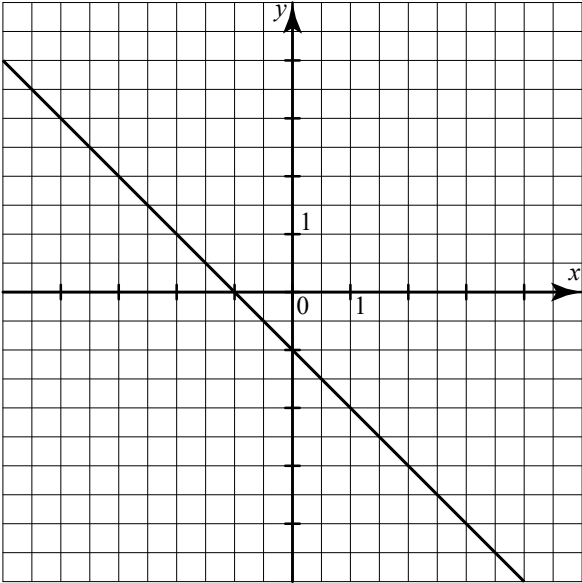
3)

4)

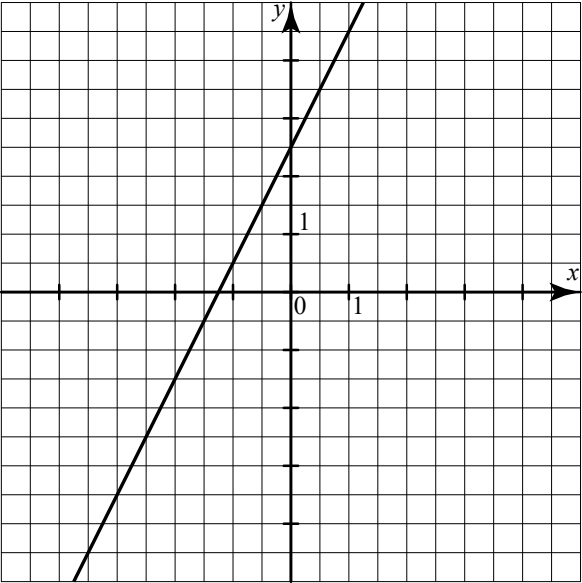
Задание 79

Запишите уравнения прямых, изображённых на чертежах.

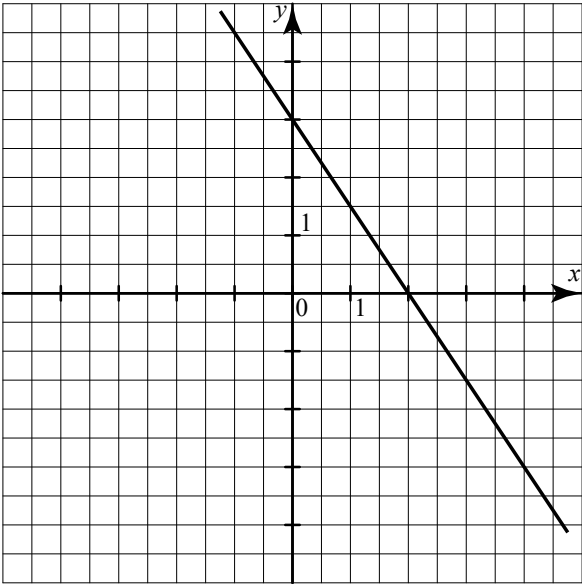
1)



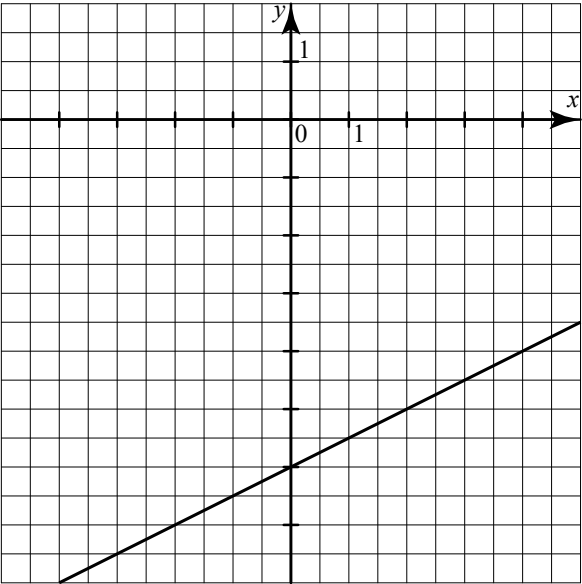
2)



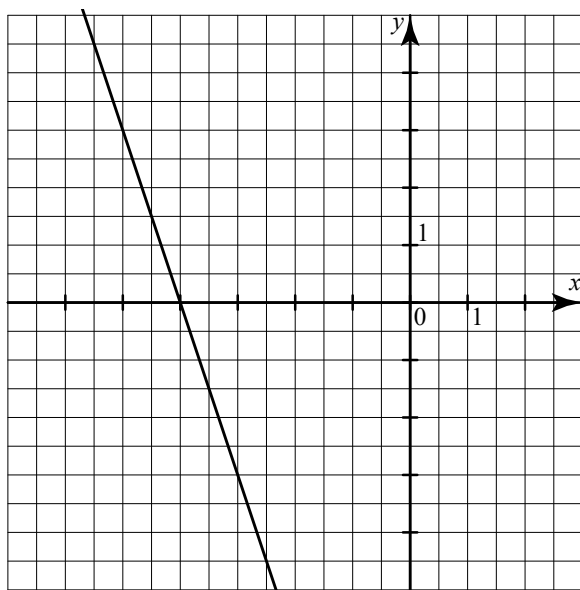
3)



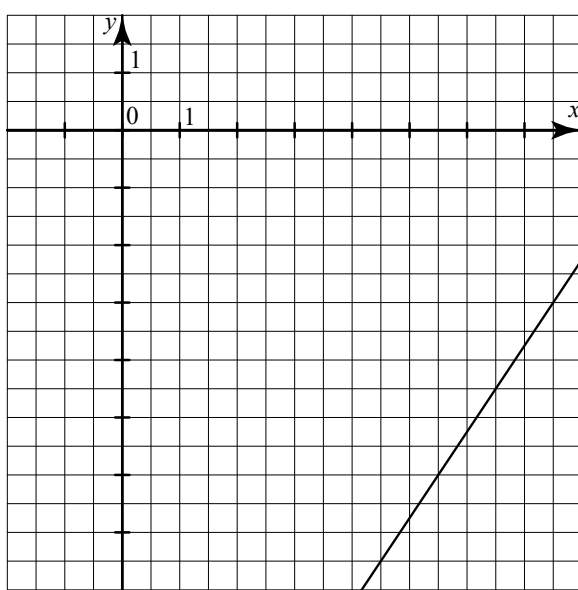
4)



5)

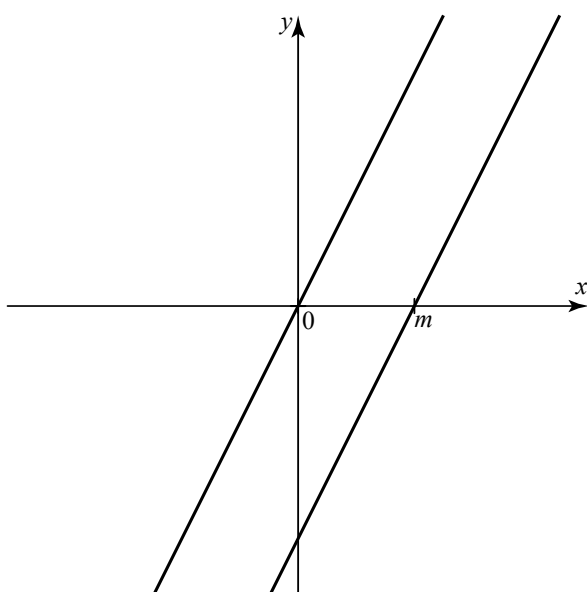


6)

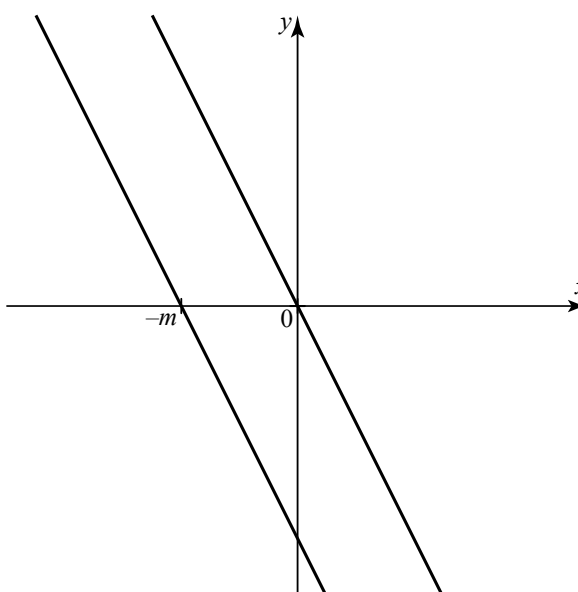
**Задание 80**

Одна из параллельных прямых описывается уравнением $x = ty$. Напишите уравнение второй прямой.

1)

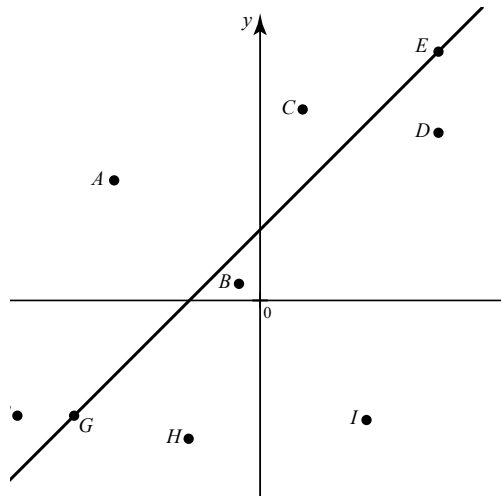


2)



Задание 81

На координатной плоскости отмечен ряд точек и показана прямая $y = kx + l$. В первый столбец таблицы впишите точки, координаты которых удовлетворяют условию $y = kx + l$, во второй – точки, у которых $y > kx + l$, в третий – точки, у которых $y < kx + l$.



$y = kx + l$	$y > kx + l$	$y < kx + l$

Задание 82

Задайте функцию, используя формулу и словесное описание.

1)

2)

3)

4)

Задание 83

Найдите координаты точки пересечения прямых:

1) $y = 2x - 3$ и $y = -\frac{1}{2}x + 5$;

2) $y = -2x + 3$ и $y = \frac{1}{2}x - 5$;

3) $y = -4x - 5$ и $y = \frac{1}{3}x + 1$;

4) $y = 4x + 5$ и $y = -\frac{1}{3}x - 1$.

Задание 84

При каких значениях параметра a прямые:

1) $y = 2x - 4$ и $y = 10x - a$ пересекаются на оси ординат;

2) $y = 2x + 4$ и $y = 10x + a$ пересекаются на оси абсцисс;

3) $y = 3x - 5$ и $y = 2x + a$ пересекаются на оси ординат;

4) $y = 3x + 2$ и $y = 2x - a$ пересекаются на оси абсцисс?

Задание 85

Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и прямой:

1) $y = -2x + 2$;

2) $y = 3x + 1$;

3) $y = 2x - 1$;

4) $y = -2x + 1$.

СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Важно знать:

- ✓ Если даны два линейных уравнения с двумя переменными x и y : $a_1x + b_1y = c_1$ и $a_2x + b_2y = c_2$, а также поставлена задача найти такие пары (x, y) , которые одновременно удовлетворяют и тому, и другому уравнению, то данные уравнения образуют систему уравнений.
- ✓ Решить систему двух линейных уравнений – найти все пары чисел, которые одновременно являются решением каждого уравнения системы или доказать, что таких пар нет.
- ✓ Для решения систем уравнений используют:
 - ✧ графический метод;
 - ✧ метод подстановки;
 - ✧ метод алгебраического сложения.
- ✓ Решение системы двух линейных уравнений с двумя переменными графическим методом:
 - ✧ построить на одной координатной плоскости графики уравнений, входящих в систему;
 - ✧ найти координаты всех точек пересечения построенных графиков;
 - ✧ полученные пары чисел и будут искомыми решениями.
- ✓ Решение системы линейных уравнений методом подстановки:
 - ✧ выразить из любого уравнения системы одну переменную через другую;
 - ✧ подставить в другое уравнение системы вместо этой переменной выражение, полученное на первом шаге;
 - ✧ решить уравнение с одной переменной, полученное на втором шаге;
 - ✧ подставить найденное значение переменной в выражение, полученное на первом шаге, и вычислить значение другой переменной;
 - ✧ записать ответ в виде пары значений $(x; y)$.
- ✓ Решение системы линейных уравнений методом сложения:
 - ✧ подобрав «выгодные» множители, преобразовать одно или оба уравнения системы так, чтобы коэффициенты при одной из переменных стали противоположными числами;
 - ✧ сложить левые и правые части уравнений, полученных на первом шаге;
 - ✧ решить уравнение с одной переменной, полученное на втором шаге;
 - ✧ подставить найденное на третьем шаге значение переменной в любое из уравнений исходной системы;
 - ✧ вычислить значение другой переменной;
 - ✧ записать ответ в виде пары значений $(x; y)$.
- ✓ Если графиками уравнений, входящих в систему линейных уравнений, являются прямые, то количество решений этой системы зависит от взаимного расположения двух прямых на плоскости:
 - ✧ если прямые пересекаются, то система имеет единственное решение (если коэффициенты при переменных в уравнениях не пропорциональны);
 - ✧ если прямые совпадают, то система имеет бесконечно много решений (если коэффициенты при переменных и свободные члены пропорциональны);
 - ✧ если прямые параллельны, то система решений не имеет (если коэффициенты при переменных пропорциональны, а свободные члены не пропорциональны).

Задание 86

Решите систему способом сложения:

$$1) \begin{cases} \frac{3x-7}{4} = \frac{2y-3}{5} + 1, \\ \frac{2x-y}{2} - 1 = y - 2; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{5y-x}{3} - 2 = \frac{2y-x}{2} + 9, \\ \frac{3y-x}{5} = y - 8; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{16}{2x+y} + \frac{15}{x-y} = 7, \\ \frac{12}{2x+y} + \frac{25}{x-y} = 8; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{5}{4x+3y} + \frac{1}{4x-3y} = 2, \\ \frac{15}{4x+3y} + \frac{11}{4x-3y} = -8. \end{cases}$$

Задание 87

Решите систему способом подстановки:

1) $\begin{cases} (x+2y+3)(x-y-1)=0, \\ (x+2y+2)(x+3y+1)=0; \end{cases}$	2) $\begin{cases} (x+2y+3)(x-y-1)=0, \\ (x+2y+2)(y-3)=0; \end{cases}$
3) $\begin{cases} x+y+z=6, \\ 2x-y+3z=7, \\ 3x+2y-9z=4; \end{cases}$	4) $\begin{cases} x+2y+3z=7, \\ 2x-y-4z=-1, \\ -x+3y+z=2. \end{cases}$

Задание 88

Решите систему уравнений:

1) $\begin{cases} \frac{5}{2x-3y} + \frac{10}{3x-2y} = 3, \\ \frac{20}{3x-2y} - \frac{15}{2x-3y} = 1; \end{cases}$	2) $\begin{cases} \frac{9}{x+4y} - \frac{6}{5x-y} = -2, \\ \frac{3}{x+4y} + \frac{18}{5x-y} = 1; \end{cases}$
3) $\begin{cases} \frac{x+2}{6} - \frac{y-3}{15} = 1, \\ \frac{x+2,5}{9} - \frac{y+3}{6} = \frac{1}{3}; \end{cases}$	4) $\begin{cases} \frac{15x-3y}{4} + \frac{3x+2y}{6} = 3, \\ \frac{3x+y}{3} - \frac{x-3y}{2} = 6; \end{cases}$

$$5) \begin{cases} (x-3)^2 - 4y = (y+2)(x+1) - 6, \\ (x-4)(y+6) = (x+3)(y-7) + 3; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} (x-y)(x+y) - x(x+10) = y(5-y) + 15, \\ (x+1)^2 + (y-1)^2 = (x+4)^2 + (y+2)^2 - 18. \end{cases}$$

Задание 89

Решите уравнение:

$$1) (x+2y-3)^2 + x^2 - 4xy + 4y^2 = 0;$$

$$2) (9x+6y-32)^2 + |x-3y-6| = 0;$$

$$3) x^2 + y^2 + 10x - 12y + 61 = 0;$$

$$4) 25x^2 + 10y^2 - 30xy + 8y + 16 = 0.$$

Задание 90

Решите задачу.

1) Имеются два сплава золота с серебром, в одном количество этих металлов находится в отношении 2:3, в другом – в отношении 3:7. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 2,4 кг нового сплава, в котором золото и серебро были бы в отношении 5:11?

2) Двое рабочих различной квалификации получили за работу 43 600 р. Первый работал 30 дней, второй – 28 дней. Сколько рублей за день причитается первому рабочему, если он за 4 дня получил на 1100 р. больше, чем второй за 3 дня?

3) Имеются два сплава золота с серебром, в одном количество этих металлов находится в отношении 1:2, в другом – в отношении 2:3. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 950 г нового сплава, в котором золото и серебро были бы в отношении 7:12?

4) Сумма двух чисел равна 500. Если первое число уменьшить на 20%, а второе – на 15%, то сумма уменьшится на 86. Найдите значения чисел после их уменьшения.

Задание 91

Решите данную систему относительно переменных x и y для любых значений параметра a :

1)
$$\begin{cases} 3x - 2ay = 2, \\ x + 4y = 5; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} ax - 3ay = 2a + 3, \\ x + ay = 1; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} ax - 4y = 4, \\ -x + ay = -2. \end{cases}$$

Задание 92

При каких значениях параметра a система:

1) $\begin{cases} (2a+1)x - 5y = 7 + a, \\ a^2 + (2a-1)y = 5 + a^3 \end{cases}$ имеет единственное решение?

2) $\begin{cases} 2x + ay = a, \\ (a+1)x + 2ay = a + 3 \end{cases}$ имеет больше двух решений?

Задание 93

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $|x-2| + |x| - ax = 2(a-1)$ имеет ровно один корень.

ВАРИАНТЫ ДЛЯ ИТОГОВОГО ПОВТОРЕНИЯ

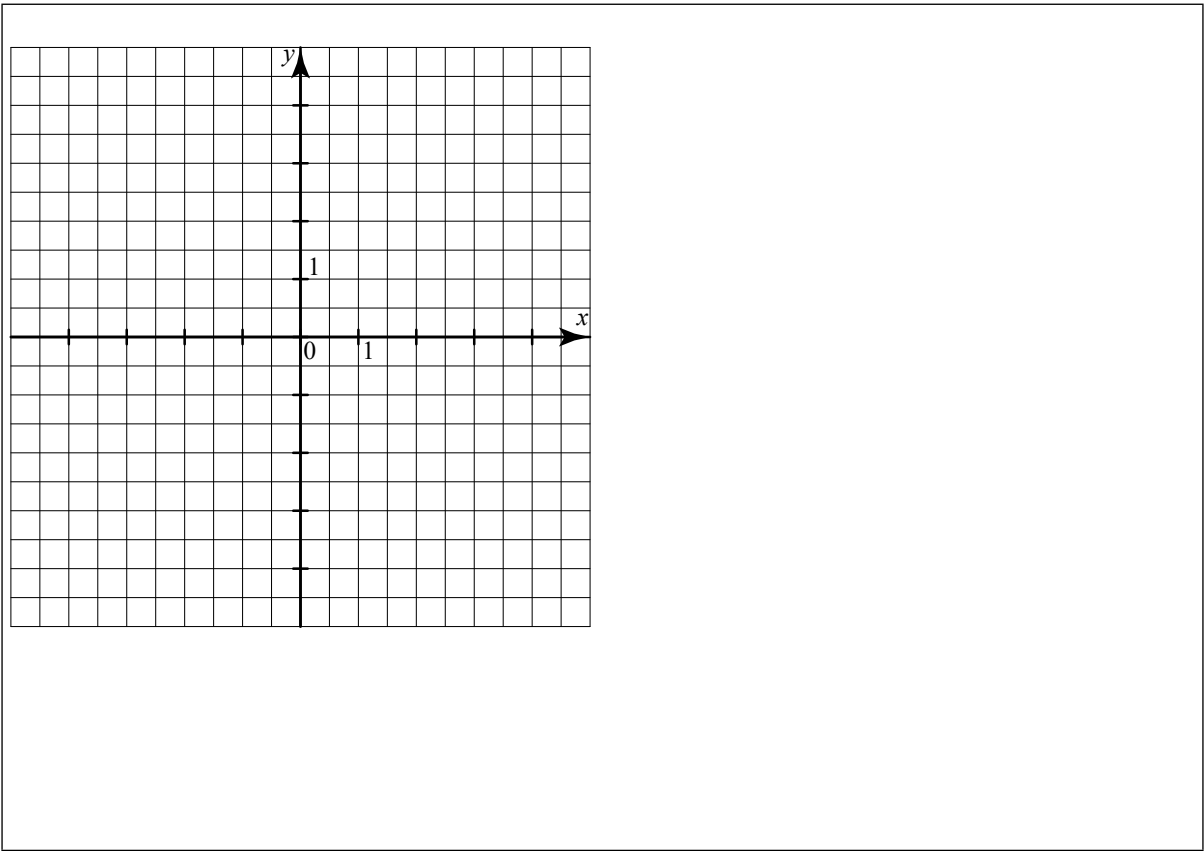
ВАРИАНТ 1

1. Найдите остаток от деления 7^{85} на 10.

2. Представьте в виде произведения выражение $x^4 - x^3 - x - 1$.

3. Даны три числа, из которых каждое следующее на 21 больше предыдущего. Найдите эти числа, если известно, что произведение двух меньших на 1092 меньше произведения двух больших.

4. Постройте график функции $y = |x + 2| + |x - 1|$.



5. При каких значениях параметра a уравнение $|x - 2| + |x| - ax = 2(a - 1)$ имеет единственный корень?

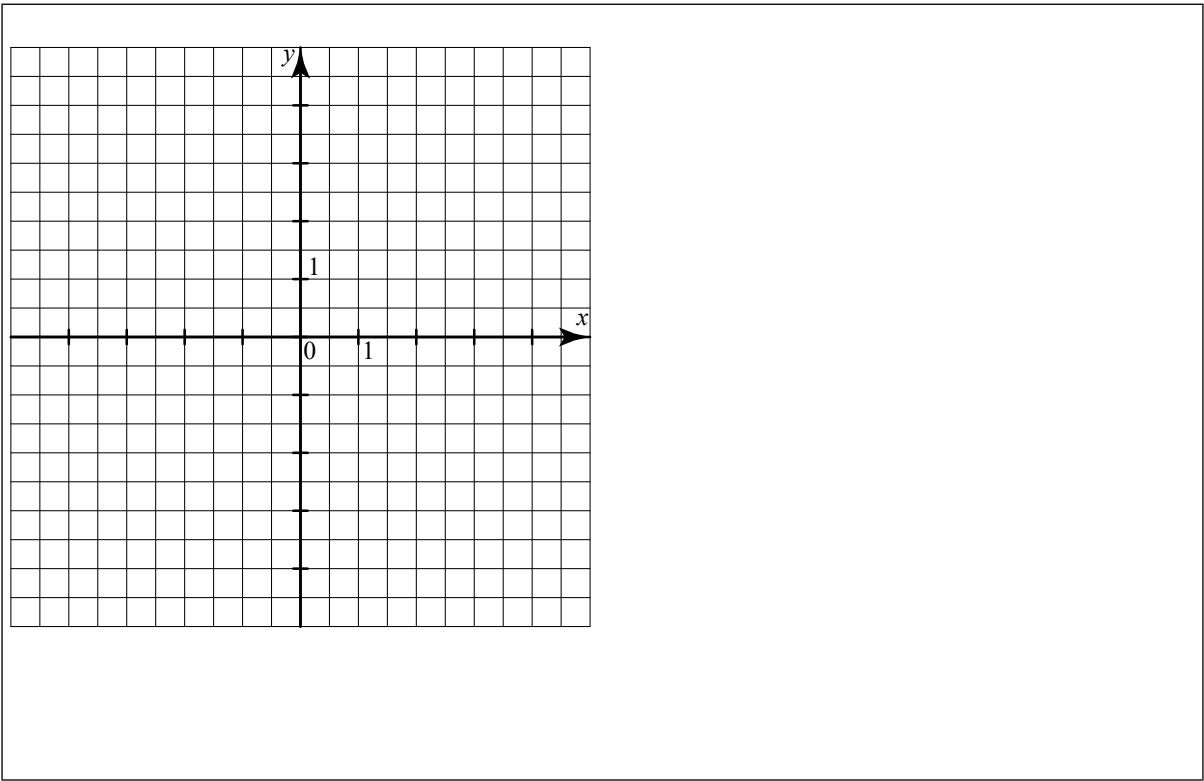
ВАРИАНТ 2

1. Найдите последнюю цифру числа $17^9 - 23 \cdot 2^7 - 3^{15}$.

2. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{3}{2-x} + y^2 = 7, \\ \frac{1}{2-x} + 3y^2 = 13. \end{cases}$$

3. В прямоугольном параллелепипеде длина на 4 см больше ширины и на 4 см меньше высоты. Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда, если площадь его поверхности равна 184 см^2 .

4. Постройте график функции $y = |x + 3| + |x + 1| + |x| + |x - 2|$.



5. При каких значениях параметра a уравнение $7x - |5x - 20| - |2x - 4| = a$ имеет единственный корень?

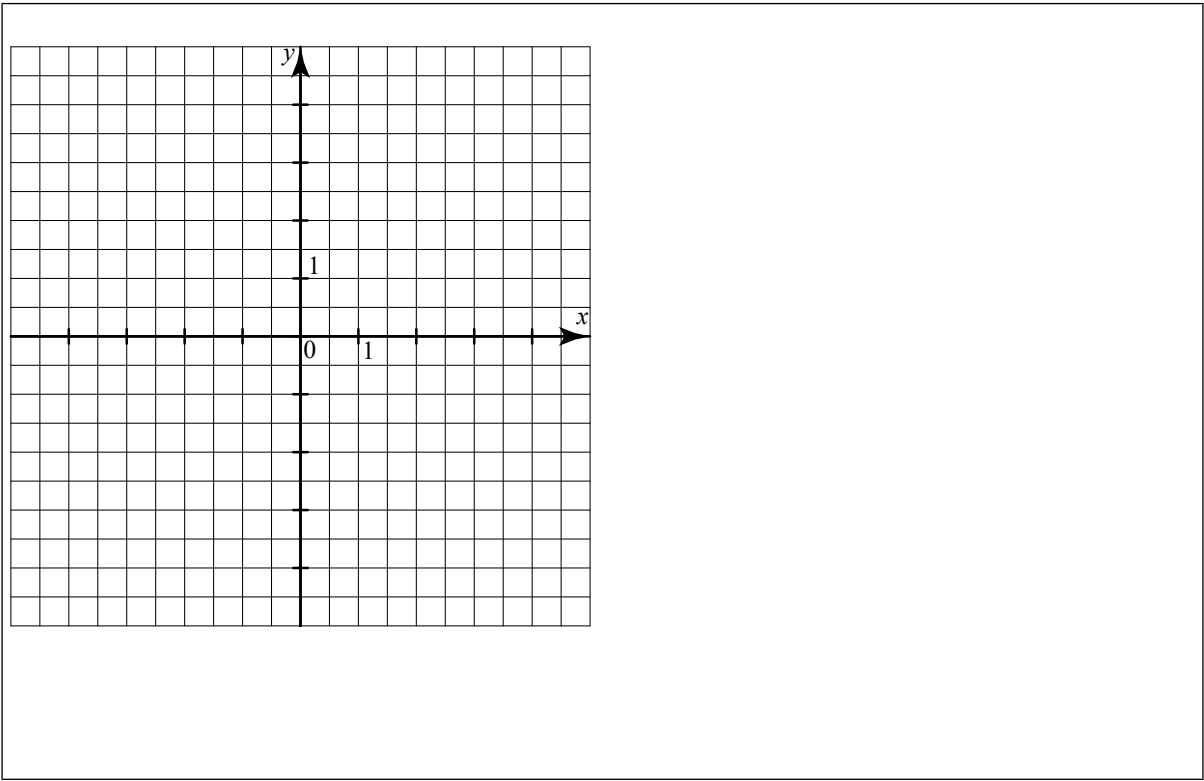
ВАРИАНТ 3

1. Докажите, что $6^{14} + 6^{15} + 6^{16}$ делится на 43.

2. Представьте в виде произведения выражение $9a^2 - ab + \frac{b^2}{36}$.

3. Когда лодка отплыла от пристани на 600 м, вслед за ней отправился катер, скорость которого в 4 раза больше. На каком расстоянии от пристани катер догонит лодку?

4. Постройте график функции $y = ||2x - 8| - 3|$.



5. Решите уравнение $(a - 2)x = a^2 - 5a + 6$ относительно переменной x для любых значений параметра a .

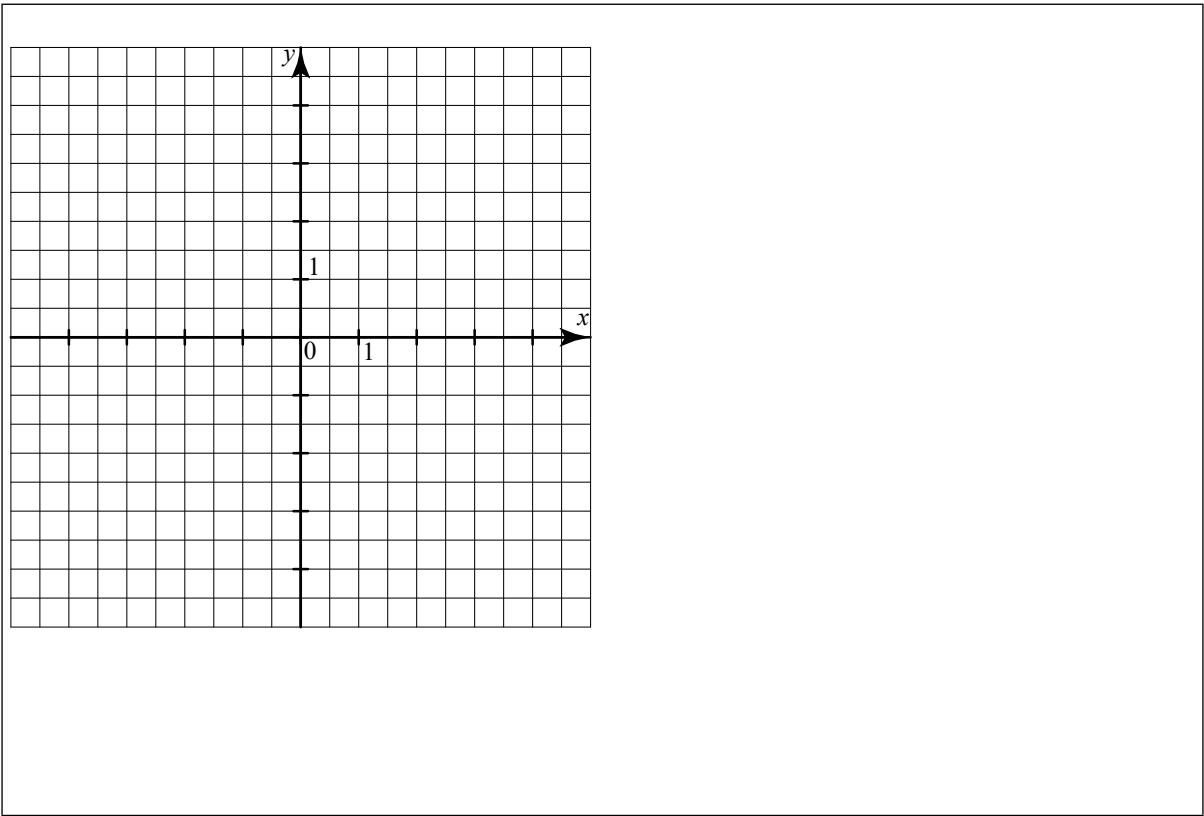
ВАРИАНТ 4

1. При каком значении переменной x значение выражения $\frac{5 \cdot (5^2)^3 \cdot 2^8 \cdot x}{10 \cdot 25^2}$ равно 30?

2. Представьте в виде произведения выражение $4m^2 - 2mn^3 + 3n^4 - 9n^2$.

3. При каких значениях x и y выполняется равенство $(x - 3y + 1)^2 + |2x - 5y + 1| = 0$?

4. Постройте график функции $y = 3x + |2x + 1| + |x - 2|$.



5. Решите уравнение $\frac{x-a}{a+1} = a-1$ относительно переменной x для любых значений параметра a .

ОТВЕТЫ

ЗАДАНИЕ 1

1. $\frac{43}{28}$	8. 4
2. $\frac{35}{48}$	9. $\frac{11}{15}$
3. $\frac{49}{8}$	10. $\frac{27}{5}$
4. $\frac{40}{9}$	11. 0
5. $\frac{5}{24}$	12. 0,5
6. $\frac{1}{3}$	13. -1
7. 1	14. $-\frac{17}{27}$
	15. $-4\frac{3}{7}$
	16. $\frac{7}{3}$

ЗАДАНИЕ 2

1. -10	3. -0,25
2. -0,8	

ЗАДАНИЕ 10

1. 0,7	3. Не имеет смысла
2. 0	4. Не имеет смысла

ЗАДАНИЕ 19

1. -1	4. Нет таких значений
2. 2; -2	5. -5; 0; 1
3. 0	6. 0; 2

ЗАДАНИЕ 23

1. $\frac{32}{81}$	3. 32
2. 0	4. 100000

ЗАДАНИЕ 27

1. 1	3. 729
2. 729	4. 1

ЗАДАНИЕ 28

1. $k + m = 5$	3. $k \cdot m = 18$
2. $k - m = 3$	

ЗАДАНИЕ 30

1. 3^7	4. 6^{24}
2. $(0,5)^5$	5. 10^5
3. 2^{14}	6. $(0,5)^{12}$

ЗАДАНИЕ 31

1. 1	5. 1
2. 1	6. $\frac{5}{2187}$
3. 4	
4. 25	

ЗАДАНИЕ 36

1. 3^{55}	3. 2^{21n-53}
2. 2^{54}	4. 3^{11n+29}

ЗАДАНИЕ 38

1. $\frac{1}{5}$	3. 216
2. $-\frac{1}{16}$	4. $\frac{1}{64}$

ЗАДАНИЕ 54

1. 400	4. 0
2. 128000	5. 1
3. 0,75	6. 2136

ЗАДАНИЕ 60

1. $\frac{1}{6}$	3. $-\frac{5}{4}$
2. $\frac{13}{14}$	

ЗАДАНИЕ 61

1. $-\frac{3}{7}; \frac{8}{5}; 2$	4. 4
2. 3	5. $-2; 2$
3. -5	6. $-4; 10$

ЗАДАНИЕ 62

1. $-\frac{3}{7}$	4. $\frac{38}{9}$
2. $\frac{1}{23}$	5. $-\frac{3}{8}$
3. $-\frac{4}{3}$	6. Нет корней

ЗАДАНИЕ 63

1. 0,9	12. -4
2. $-\frac{10}{3}$	13. 10
3. 2	14. $\frac{44}{9}$
4. 0,15	15. Все числа большие либо равные 1, и меньшие либо равные 2
5. 3	16. Все числа большие либо равные 2
6. 2	17. 0,25; 1,5
7. $\frac{5}{12}$	18. $-1; 2$
8. $\frac{25}{26}$	19. $-4; 0; 4$
9. 2	20. $-8; 8$
10. Нет корней	21. Все числа меньшие либо равные 0
11. $\frac{19}{34}$	22. Все числа меньшие либо равные 0

ЗАДАНИЕ 65

1. 20,5 т	3. 38 км/ч
2. 98	4. 36 км/ч

ЗАДАНИЕ 72

1. Все числа больше либо равны -4	4. Все числа
2. Все числа больше либо равны -4 , и меньше либо равны 3,5	5. Все числа, кроме 2
3. График не является графиком функции	6. Все числа

ЗАДАНИЕ 73

1. 1	5. $-0,2$
2. 6	6. 0
3. Не является линейной функцией	7. Не является линейной функцией
4. Не является линейной функцией	8. 6

ЗАДАНИЕ 83

1. $\left(\frac{16}{5}; \frac{17}{5}\right)$	3. $\left(-\frac{18}{13}; \frac{7}{13}\right)$
2. $\left(\frac{16}{5}; -\frac{17}{5}\right)$	4. $\left(-\frac{18}{13}; -\frac{7}{13}\right)$

ЗАДАНИЕ 86

1. (5; 4)	3. (3; -2)
2. (14; 13)	4. $\left(\frac{2}{21}; \frac{20}{63}\right)$

ЗАДАНИЕ 87

1. (-7; 2), (0; -1), (0,5; -0,5)	3. (3; 2; 1)
2. (-9; 3), (0; -1), (4; 3)	4. (2; 1; 1)

ЗАДАНИЕ 88

1. (1; -1)	3. (2; -2)
2. (2; -2)	4. (1; 3)

ЗАДАНИЕ 90

1. 0,3 кг; 2,1 кг	3. 450 г; 500 г
2. 800 р	4. 176; 238

ЗАДАНИЕ 88(1)

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{5}{2x-3y} + \frac{10}{3x-2y} = 3, \\ \frac{20}{3x-2y} - \frac{15}{2x-3y} = 1. \end{cases}$$

Решение.

Введем новые переменные $\frac{1}{2x-3y} = a$ и $\frac{1}{3x-2y} = b$.

С учётом введения новой переменной система примет вид:

$$\begin{cases} 5a + 10b = 3, \\ 20b - 15a = 1. \end{cases}$$

Умножим левую и правую части первого уравнения на 3:

$$\begin{cases} 15a + 30b = 9, \\ 20b - 15a = 1. \end{cases}$$

Сложив почленно уравнения, получим уравнение с одной переменной: $50b = 10$.

Решив его, находим $b = \frac{1}{5}$. Подставим в первое уравнение системы (после ввода переменной)

вместо переменной b её значение $\frac{1}{5}$ и найдём соответствующее значение a :

$$5a + 10 \cdot \frac{1}{5} = 3,$$

$$5a + 2 = 3,$$

$$a = \frac{1}{5}.$$

Вернёмся к переменным x и y :

$$\begin{cases} \frac{1}{2x-3y} = \frac{1}{5}, \\ \frac{1}{3x-2y} = \frac{1}{5}. \end{cases}$$

Полученная система равносильна системе:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ 3x - 2y = 5. \end{cases}$$

Умножим левую и правую части первого уравнения на 2, а второго на -3 :

$$\begin{cases} 4x - 6y = 10, \\ -9x + 6y = -15. \end{cases}$$

Сложив почленно уравнения, получим уравнение с одной переменной: $-5x = -5$.

Решив его, находим $x = 1$. Подставим в предыдущее уравнение системы вместо переменной x её значение 1 и найдём соответствующее значение y :

$$4 - 6y = 10,$$

$$-6y = 6,$$

$$y = -1.$$

Пара $(1; -1)$ является единственным решением системы.

Ответ: $(1; -1)$.

ЗАДАНИЕ 90(1)

Имеются два сплава золота с серебром, в одном количество этих металлов находится в отношении 2:3, в другом – в отношении 3:7. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 2,4 кг нового сплава, в котором золото и серебро были бы в отношении 5:11?

Решение.

Пусть первого сплава надо взять x кг, а второго – y кг. Тогда по условию задачи

$$x + y = 2,4.$$

В первом сплаве содержится $\frac{2}{5}x$ кг золота, а во втором – $\frac{3}{10}y$ кг золота. В 2,4 кг полученного сплава содержится $2,4 \cdot \frac{5}{16} = 0,75$ кг золота. Следовательно,

$$\frac{2}{5}x + \frac{3}{10}y = 0,75.$$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 2,4, \\ \frac{2}{5}x + \frac{3}{10}y = 0,75. \end{cases}$$

Умножим левую и правую части второго уравнения на 20:

$$\begin{cases} x + y = 2,4, \\ 8x + 6y = 15. \end{cases}$$

Решим первое уравнение относительно x :

$$x = 2,4 - y.$$

Подставив во второе уравнение вместо переменной x выражение $2,4 - y$, получим систему

$$\begin{cases} x = 2,4 - y, \\ 8(2,4 - y) + 6y = 15. \end{cases}$$

Второе уравнение системы представляет собой уравнение с одной переменной. Решим его:

$$19,2 - 8y + 6y = 15,$$

$$-2y = -4,2,$$

$$y = 2,1.$$

Подставив во первое уравнение системы вместо переменной y её значение 2,1, получим

$$x = 2,4 - 2,1,$$

$$x = 0,3.$$

Пара $(0,3; 2,1)$ является единственным решением системы.

Значит, надо взять 0,3 кг первого сплава, а второго – 2,1 кг.

Ответ: 0,3 кг первого сплава, 2,1 кг второго сплава.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВЫРАЖЕНИЕ И МНОЖЕСТВО ЕГО ЗНАЧЕНИЙ	4
СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ И ЕЁ СВОЙСТВА	13
ОДНОЧЛЕНЫ И МНОГОЧЛЕНЫ. РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ	19
УРАВНЕНИЯ	28
ФУНКЦИИ	36
СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ	50
ВАРИАНТЫ ДЛЯ ИТОГОВОГО ПОВТОРЕНИЯ	57
Вариант 1	57
Вариант 2	59
Вариант 3	61
Вариант 4	63
ОТВЕТЫ	65
ВАРИАНТЫ РЕШЕНИЯ И ОФОРМЛЕНИЯ ЗАДАНИЙ	70

Минимальные системные требования определяются соответствующими требованиями программ Adobe Reader версии не ниже 11-й либо Adobe Digital Editions версии не ниже 4.5 для платформ Windows, Mac OS, Android и iOS; экран 10"

Учебное электронное издание

Куделина Д. А., Куделина Е. А.

АЛГЕБРА

7 класс

Углублённый уровень

Тетрадь-тренажёр

Учебное пособие

Генеральный директор

М. Б. Миндюк

Редактор Д. П. Локтионов

Художественный редактор Е. Ю. Воробьёва

Компьютерная вёрстка и макет И. А. Потрахов

Подписано к использованию 03.10.25

Формат 18,0×27,5 см

Гарнитура Times New Roman

Издательство «Интеллект-Центр»

125445, Москва, ул. Смольная, 24А, этаж 6, ком. 24

Тел.: (495) 660-34-53

Сайт: <https://www.intellectcentre.ru/>

Эл. почта: intellect@izentr.ru

**Электронное издание данной книги подготовлено
Агентством электронных изданий «Интермедиатор»**

Сайт: <https://www.intermediator.ru>

Телефон: (495) 587-74-81

Эл. почта: info@intermediator.ru

Издательство «Интеллект-Центр»

- Учебные материалы для подготовки к ЕГЭ, ОГЭ и Всероссийским Проверочным Работам
- Практикумы и дидактические материалы
- Сборники тестовых заданий
- Материалы для развития интеллектуальных способностей
- Учебные пособия, реализующие современные технологии в обучении и контроле знаний учащихся

- **Покупайте наши пособия в электронном формате в интернет-магазине «Электронный универс»**
e-Univers.ru



Издательство «Интеллект-Центр»

тел./факс: + 7 (495) 660-34-53

Ждём Ваших писем: 125445, г. Москва, ул. Смольная, д. 24А,

этаж 6, ком. 24 | e-mail: intellect@izentr.ru

www.intellectcentre.ru | vk.com/intellektcentre | t.me/izentr